

文章编号: 1000-8055(2010)04-0748-06

环形燃烧室冷态流场数值模拟中的 数学方法

蔡文祥^{1,2}, 赵坚行², 胡好生², 武晓松¹

(1. 南京理工大学 机械工程学院, 南京 210094;

2. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 针对带双级径向旋流器环形燃烧室火焰筒, 研究不同紊流模型 (standard $k-\varepsilon$ model, RNG (renormalization group) $k-\varepsilon$ model 和代数应力模型 (algebraic stress model)) 及算法 (SIMPLE (semi-implicit method for pressure-linked equations), PISO (pressure implicit split-operator)) 对复杂流场求解准确性及效率的影响. 火焰筒三维贴体网格采用型线定点与偏微分方程相结合的方式生成, 用壁面函数法处理近壁区域流动. 计算结果表明, PISO 算法提高求解效率; 不同紊流模型预测结果均与试验数据符合较好, 其中代数应力模型最为准确, 更适用于复杂流场的数值预测.

关 键 词: 紊流模型; 数值模拟; 冷态流场; 火焰筒; PISO (pressure implicit split-operator) 算法
中图分类号: V231.3 **文献标识码:** A

Numerical methods in simulation of annular combustor cold flow field

CAI Wen-xiang^{1,2}, ZHAO Jian-xing², HU Hao-sheng², WU Xiao-song¹

(1. School of Mechanical Engineering,

Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Three-dimension turbulence flow field in an annular combustor with two-stage radial swirler was simulated to quantify the prediction accuracy of different turbulent models (standard $k-\varepsilon$ model, RNG (renormalization group) $k-\varepsilon$ model, algebraic stress model) and the calculation efficiency of different algorithms (SIMPLE (semi-implicit method for pressure-linked equations) and PISO (pressure implicit split-operator)) in the complex flow fields. Body-fitted grid of the flametube used in this study was generated by an elliptical grid generation technique combined with the anchored grid method, and the flow fields near the wall were treated by the standard wall function. Computational results show that, PISO algorithm can be used to obtain an obviously higher efficiency. Simulation results gained from different turbulence models are in agreement with the experimental data. Among these turbulence models, the algebraic stress model is likely to offer better prediction capability for complex turbulent flow field.

Key words: turbulence model; numerical simulation; cold flow field; flametube;
PISO (pressure implicit split-operator) algorithm

收稿日期: 2009-04-21; 修订日期: 2009-09-04

作者简介: 蔡文祥 (1978-), 男, 江苏徐州人, 博士后, 主要从事燃烧过程数值与实验研究. E-mail: haidaicai@sina.com

随着现代航空发动机性能不断提高,环形燃烧室火焰筒结构日渐复杂,工作条件日益恶劣。采用试验方法测量火焰筒内部流场的难度逐渐增加,在火焰筒优化设计中受到的限制日益明显。随着计算机技术及计算流体力学迅猛发展,利用数值模拟指导燃烧室的优化设计已经成为可能^[1-3],该法可节省大量试验经费,缩短航空发动机燃烧室的研制周期,并可了解通过试验较难得到的火焰筒内部参数的分布规律。因此,采用数值方法分析火焰筒内部紊流流动过程,从而为现代航空发动机的优化设计提供技术指导。

近几年来,为使航空发动机环形燃烧室三维两相化学反应流场数值模拟通用程序^[4]更适合用于模拟工程问题,已对其数值求解方法及精度加以改进,以原程序为基础,例如郭尚群等人^[5]增加了 RNG (renormalization group) $k-\varepsilon$ 紊流模型,并将其用于预测某环形燃烧室内三维两相燃烧流场,提高数值模拟的精度;胡好生等人^[6]对离散座标辐射模型进行研究并集成到原程序中;蔡文祥等人^[7]增加随机颗粒轨道模型考虑气相脉动速度对气液两相间输运过程的影响,运用 QUICK 格式提高控制方程差分格式精度,并将该程序用于多种航空发动机环形燃烧室三维两相化学反应流场的数值模拟。

航空发动机火焰筒结构复杂,在其中存在着强烈的紊流流动过程。采用数值仿真方法研究复杂紊流流场时,选用合适的紊流模型和求解的方法对于数值模拟精度与计算效率至关重要。为此,本文分别采用不同的紊流模型: standard $k-\varepsilon$ model (简称 SKE), RNG $k-\varepsilon$ model (简称 RNG) 及代数应力模型 (algebraic stress model, 简称 ASM) 对火焰筒内紊流流动过程进行数值模拟,通过与试验数据的比较,分析不同紊流模型对复杂流场预测精度的影响;采用不同的算法对直流短环形燃烧室火焰筒内的冷态流场进行求解,比较其收敛特性,从而对原程序加以发展,扩展其工程应用范围。

1 研究对象及网格生成

本文研究对象为带双级径向旋流器的直流短环燃烧室火焰筒,燃烧室形状复杂且为多通道区域,故采用型线定点法^[7]确定几何边界,求解微分方程(1)生成其三维贴体网格,部分结果如图1、图2。双级径向旋流器是由一级径向旋流器、二级径向旋流器以及文氏管等部分组成(图1),其主

要功用是在火焰筒头部造成回流区来稳定火焰并为主燃区提供部分燃烧需用空气。在火焰筒内外环壁面上分别开有一排主燃孔、一排掺混孔及多排隙缝气膜孔,分别向火焰筒提供燃烧、掺混及冷却壁面所需空气。由于该燃烧室以 30° 为周期分布,因此本文仅对含有一个旋流器的扇形区域进行数值模拟,采用周期性边界条件处理周向边界。火焰筒三个方向的网格用 I, J 和 K 表示,分别与任意曲线坐标下分量 ξ, η 和 ζ 相对应,研究对象的网格数目为 $87 \times 54 \times 66$ 。其中,旋流器出口位于 $I=32$ 截面,火焰筒出口位于 $I=87$ 截面,旋流器中心即火焰筒中心 $J=27, K=34$ 。

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g^{ij} r_{\xi} r_{\eta} + \sum_{k=1}^3 g^{kk} P_k r_{\zeta} = 0 \quad (1)$$

式中 $\xi (i=1, 2, 3)$ 为任意曲线坐标系的坐标, $g^{ij} (i, j=1, 2, 3)$ 为逆变张量, r 为位置矢量, $P_k (k=1, 2, 3)$ 为控制函数,用来控制网格分布。

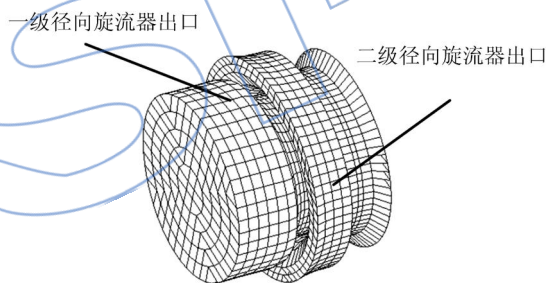


图1 双级径向旋流器

Fig.1 Dual-stage radial swirler

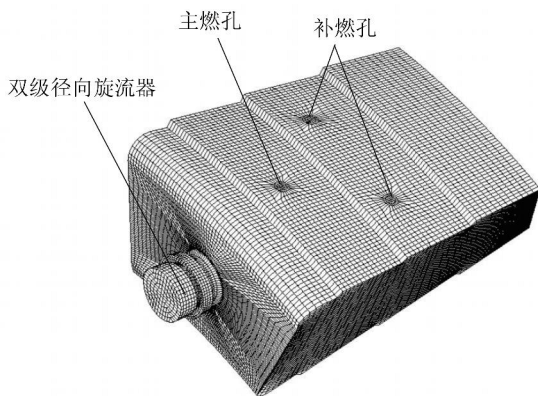


图2 双级径向旋流器火焰筒网格

Fig.2 Surface grids of flametube with swirler

2 数学模型与方法

2.1 紊流模型

紊流流动过程可通过连续方程及动量方程等加以描述。

连续方程

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j) = 0 \quad (2)$$

动量方程

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right] \quad (3)$$

式(3)中紊流脉动相关项 $[-\rho \overline{u_i u_j}]$ 未知,从而导致雷诺方程组不封闭,需紊流模型来封闭这些未知相关项。目前较为普遍的紊流模型有SKE, RNG, ASM等,本文分别采用上述模型对燃烧室流场进行数值模拟,分析不同紊流模型对于复杂

流场进行预测的精度。

2.1.1 Standard $k-\varepsilon$ 及 RNG $k-\varepsilon$ 紊流模型

由于RNG在 ε 方程模型系数 C_1 中加入一个附加项,该项考虑了流体流动中不平衡应变率,它对具有大应变的流动、以及受强曲率影响和壁面约束的紊流分离流动起着重要的作用;并在一定程度上考虑紊流的各向异性效应。相对于SKE,该模型增强了对复杂紊流流动的预估能力^[5,7-8]。

2.1.2 代数应力模型

根据Launder, Rodi等人提出的代数应力模型^[9-10],经推导可得圆柱坐标系下剪切应力表达式为

$$\overline{u'v'} = \frac{\phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[2C_u \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + 2C_v \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{\bar{w}}{r} \right) \right]}{1 + \phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) - 2 \left(C_u + C_v \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right]} + \frac{\phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\overline{u'w'} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{\bar{w}}{r} \right) + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\phi_2}{\phi_1} \left(C_u \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + C_v \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) \right]}{1 + \phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) - 2 \left(C_u + C_v \right) \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right]} \quad (4)$$

$$\overline{u'w'} = \frac{\phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\overline{u'v'} \left(2C_u \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} \right) + \overline{v'w'} \left(2C_v \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \right]}{1 + \phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) - 2 \left(C_u + C_w \right) \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) \right]} + \frac{\phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\frac{\phi_2}{\phi_1} \left(C_v \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + C_u \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) + \overline{v'w'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right]}{1 + \phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) - 2 \left(C_u + C_w \right) \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) \right]} \quad (5)$$

$$\overline{v'w'} = \frac{\phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\overline{u'v'} \left(2C_v \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \left[2C_w \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{\bar{w}}{r} \right) \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right] \right]}{1 + \phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) - 2 \left(C_v + C_w \right) \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{\bar{w}}{r} \right) \right]} + \frac{\phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\frac{\phi_2}{\phi_1} \left(C_v \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + C_w \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{\bar{w}}{r} \right) \right) + \overline{u'w'} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right]}{1 + \phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left[\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) - 2 \left(C_v + C_w \right) \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{\bar{w}}{r} \right) \right]} \quad (6)$$

其中 ϕ_1, ϕ_2 为系数^[7]。

$$C_u = \frac{\phi_1 \frac{k}{\varepsilon}}{1 + 2\phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)}, \quad C_v = \frac{\phi_1 \frac{k}{\varepsilon}}{1 + 2\phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right)},$$

$$C_w = \frac{\phi_1 \frac{k}{\varepsilon}}{1 + 2\phi_1 \frac{k}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \right)}.$$

采用ASM所需 k 和 ε 方程与SKE及RNG略有不同,如式(7)和(8)

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \bar{u} k) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho \bar{v} k) + \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho \bar{w} k) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\mu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial \theta} \right) + P - \rho \varepsilon \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \bar{u} \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho \bar{v} \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho \bar{w} \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\mu}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\mu}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 P - C_2 \rho \varepsilon) \quad (8)$$

式中 C_1 , C_2 , C_μ 为模型系数; $\mu = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$;

$$P = - \overline{\rho u_k' u_l'} \left(\frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_l} \right) .$$

2.2 数学算法

2.2.1 SIMPL E 算法

SIMPL E(semi-implicit method for pressure-linked equations)算法是使用最为普遍的一种数值求解方法,其基本思想及流程可参见文献[11].

2.2.2 PISO 算法

PISO (pressure implicit split-operator) 算法最初是为求解非稳态 Navier-Stokes (N-S) 方程设计^[11-12],但其同样适用稳态问题. 对于稳态问题, PISO 算法在一个层次计算中可分为三步来完成:一个预估步与两个校正步,以期更好地满足压力与速度之间的耦合. 与 SIMPL E 算法相比,主要的区别在于第二校正步.

根据 SIMPL E 算法得到的修正后压力 p^{**} 和相应速度 u^{**} , v^{**} , w^{**} ,通过求解方程(9)得到二次修正压力 p'' ,则二次压力 $p^{***} = p^{**} + p''$,二次修正后速度可按式(10)求解得到.

$$A_p p_p'' = A_e p_e'' + A_w p_w'' + A_n p_n'' + A_s p_s'' + A_t p_t'' + A_b p_b'' + m_p$$
$$u_p^{***} = u_p^{**} + \frac{1}{A_p} \sum A_{nb}^u (u_{nb}^{**} - u_{nb}^*) + (B^u p_\xi'' + C^u p_\eta'' + D^u p_\zeta'')$$
$$v_p^{***} = v_p^{**} + \frac{1}{A_p} \sum A_{nb}^v (v_{nb}^{**} - v_{nb}^*) + (B^v p_\xi'' + C^v p_\eta'' + D^v p_\zeta'')$$
$$w_p^{***} = w_p^{**} + \frac{1}{A_p} \sum A_{nb}^w (w_{nb}^{**} - w_{nb}^*) + (B^w p_\xi'' + C^w p_\eta'' + D^w p_\zeta'')$$

(9)

(10)

式中 A_p , A_e , A_w , A_n , A_t , A_b 为差分系数, m_p 为质量源项, p_ξ , p_η , p_ζ 分别表示 $\frac{\partial p}{\partial \xi}$, $\frac{\partial p}{\partial \eta}$, $\frac{\partial p}{\partial \zeta}$. B^u , C^u , D^u 等为系数^[7].

3 计算结果与分析

本文计算工况与试验相同,燃烧室进口空气流量为 60 g/s,温度为 300 K,压力为 0.1 MPa,火焰筒各进口流量分配按已知条件给定.

本文首先采用 SKE 模拟紊流黏性,研究不同

求解方法对收敛特性的影响. 如图 3 所示,对于迭代次数均为 400 步的流场计算, PISO 算法所得残差普遍小于 SIMPL E 算法. PISO 算法约在 270 步时基本稳定,而 SIMPL E 算法到 340 步左右才基本稳定,可见 PISO 算法的收敛速度较快. 应当说明的是,虽然两种算法的收敛速度不同,但最终收敛的精度基本相同. 由上述分析可知,采用 PISO 算法可提高流场求解效率,后续对紊流模型的数值研究,均采用 PISO 算法.

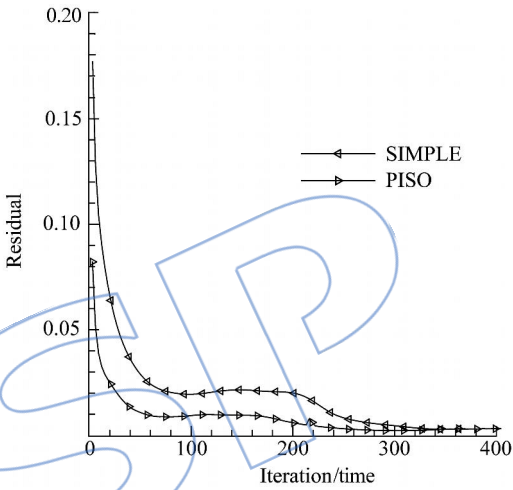


图 3 SIMPL E 和 PISO 算法收敛特性比较
Fig. 3 Convergence property of SIMPL E and PISO

图 4 和图 5 分别为距火焰筒出口 126 , 72 mm 处轴向速度 u 径向分布图,通过计算结果与试验数据比较,验证紊流模型对于复杂流场的预测精度. 试验测量截面为火焰筒周向中心,亦为旋流器中心,相当于流场计算中 $K = 34$ 截面.

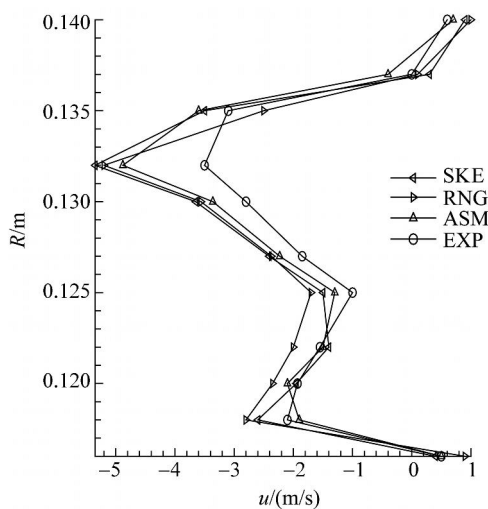


图 4 火焰筒出口 126 mm 轴向速度 u
Fig. 4 Axial velocity at 126 mm from outlet

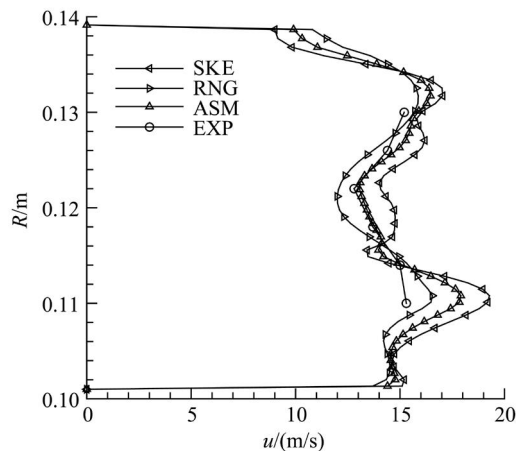


图 5 火焰筒出口 72 mm 轴向速度 u
Fig. 5 Axial velocity at 72 mm from outlet

由图 4 可知,在回流区附近(126 mm 处),采用不同紊流模型预测得到的轴向速度 u 的分布趋势与试验数据均符合较好,但采用 ASM 预测的回流区速度最接近试验值,RNG 其次,SKE 最差.图 5 为掺混孔之后距出口 72 mm 处轴向速度 u 比较,由于本文把火焰筒内外环气膜孔冷却简化成隙缝冷却,此火焰筒结构简化可能对流场有一定的影响,从而导致近壁区域的计算结果与试验值相差稍大,但在主流区域中,不同紊流模型预测的速度值及其分布均与试验数据较为相符,其中采用 ASM 所得的预测结果优于其他两种模型.这可能是因 ASM 考虑了各向异性紊流黏性,对复杂的紊流流场预测要优于假定各向同性的紊流模型,而 RNG 通过频谱分析消去其中的小尺寸涡团并将小尺寸涡团的影响归到涡旋黏性当中,改善了对涡团耗散的模拟,其结果也要优于 SKE.不同紊流模型预测冷态流场所得的气流速度变化趋势基本相当,差别较小,这说明这些紊流模型均可用于预测复杂流场,但 ASM 所得的计算值最接近试验结果.

图 6~图 8 分别为采用 SKE,RNG 及 ASM 时旋流器中心截面轴向速度等值线图.由图可知,这三种模型预测的回流区形状以及范围基本相同.但对于火焰筒头部的角落回流区内的速度分布,SKE 与其他两种模型差别较为明显,而 RNG 与 ASM 预测效果基本相似.

图 9~图 11 为采用三种紊流模型数值模拟得到的在掺混孔中心截面($I=64$)压力等值线分布.其中 SKE 预测得到的压力分布要高于其他两种紊流模型的结果,其他两种模型预测得到的压力分布基本相同,在分布细节上略有差别.

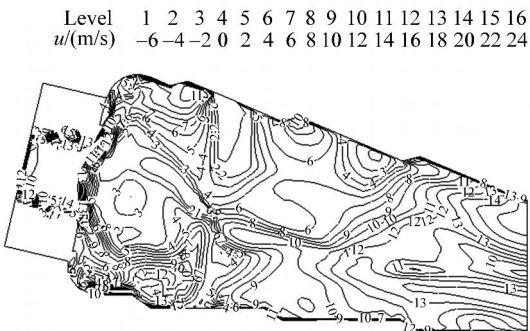


图 6 旋流器中心截面轴向速度等值线 ($K=34$,SKE)
Fig. 6 Axial velocity at centre of swirler ($K=34$,SKE)

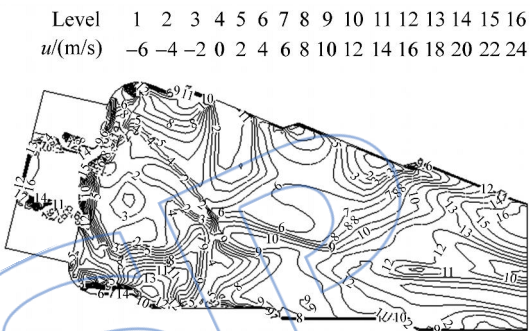


图 7 旋流器中心截面轴向速度等值线 ($K=34$,RNG)
Fig. 7 Axial velocity at centre of swirler ($K=34$,RNG)

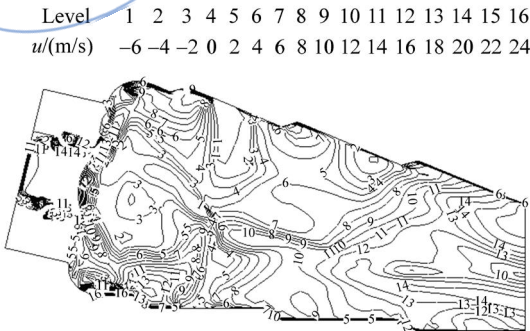


图 8 旋流器中心截面轴向速度等值线 ($K=34$,ASM)
Fig. 8 Axial velocity at centre of swirler ($K=34$,ASM)

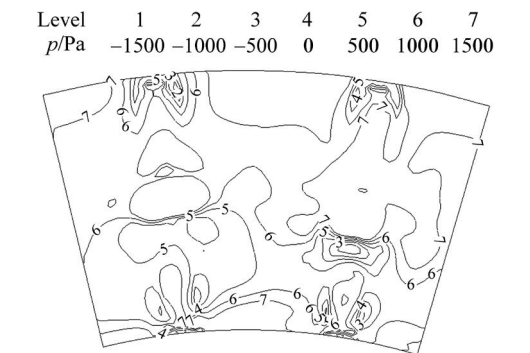


图 9 掺混孔中心截面压力等值线 ($I=48$,SKE)
Fig. 9 Pressure contour at centre of dilution holes
($I=48$,SKE)

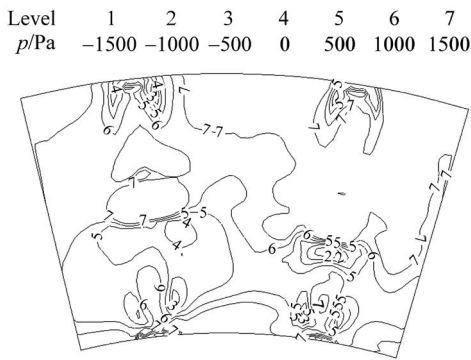


图 10 掺混孔中心截面压力等值线 ($I=48$, RNG)
Fig. 10 Pressure contour at centre of dilution holes
($I=48$, RNG)

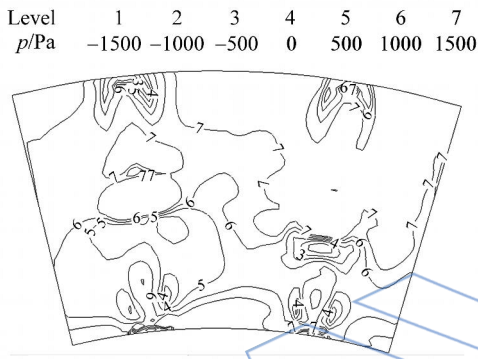


图 11 掺混孔中心截面压力等值线 ($I=48$, ASM)
Fig. 11 Pressure contour at centre of dilution holes
($I=48$, ASM)

4 结 论

本文对原有三维两相紊流燃烧程序加以发展,增加了 ASM 紊流模型及 PISO 算法.通过计算值与试验数据比较表明:①与 SIMPLE 算法相比,PISO 算法可提高流场求解效率,明显缩短计算时间,在复杂流场计算中,采用 PISO 算法更为合适.②ASM 对复杂紊流流场的预测更为准确,但由于其考虑紊流的各向异性,在方程求解过程中需对流场的收敛进行一定调试;RNG 预测效果虽不如 ASM,但较容易收敛;SKE 预测的流场与试验结果差别最大,但最易于收敛.这三种模型都有一定的优缺点,在数值研究中推荐使用 ASM, RNG 可作为备选紊流模型.

参考文献:

[1] Mongia H C, Hsiao G, Burrus D. Combustor diffuser modeling: Part III—Validation with typical separating single passage diffusers combustor diffuser modeling[R]. AIAA 2004-4170, 2004.

[2] Paskin M D, Acosta W A. Compliant metal enhanced convection cooled reverse-flow annular combustor[R]. AIAA 94-2710, 1994.

[3] Mansour A, Benjamiin M. A new hybrid air blast nozzle for advanced gas turbine combustor [R]. ASME 2000 GT-0117, 2000.

[4] 雷雨冰,袁亚雄,赵坚行.壁面函数在复杂流场计算中的应用[J].弹道学报,2003,15(2):1-5.
LEI Yubing, YUAN Yaxiong, ZHAO Jianxing. Application of wall function to complicated flow simulation[J]. Journal of Ballistic, 2003, 15(2):1-5. (in Chinese)

[5] 郭尚群,赵坚行. RNG $k-\epsilon$ 模型数值模拟油雾燃烧流场[J].航空动力学报,2005,20(5):807-811.
GUO Shangqun, ZHAO Jianxing. Numerical simulation of three-dimensional spray combustion flow field by RNG $k-\epsilon$ turbulent model[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(5):807-811. (in Chinese)

[6] 胡好生,蔡文祥,赵坚行,等.回流燃烧室燃烧过程的三维数值模拟[J].航空动力学报,2008,23(3):444-449.
HU Haosheng, CAI Wenxiang, ZHAO Jianxing, et al. Numerical simulation of three-dimensional combustion flows in annular reversed combustor [J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(3):444-449. (in Chinese)

[7] 蔡文祥. 环形燃烧室两相燃烧流场与燃烧性能数值研究 [D]. 南京:南京航空航天大学,2007.
CAI Wenxiang. Research on numerical simulation of two-phase reacting flow field and combustion performance of annular combustors [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2007. (in Chinese)

[8] Yakhot V, Orszag S A. Renormalization group analysis of turbulence-basic theory [J]. Journal of Scientific Computing, 1986, 1(3):39-51.

[9] Launder B E, Reece G J, Rodi W. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure [J]. Journal Fluid Mechanics, 1975, 68(3):537-566.

[10] Kwan Y K. Calculation of a strongly swirling turbulent round jet with recirculation by an algebraic stress model [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 1988, 9(1):62-68.

[11] 陶文铨. 计算传热学的近代进展 [M]. 北京:科学技术出版社, 2002.

[12] Issa R I. Solution of the implicitly discretised reacting flow equations by operator-splitting [J]. Journal of Computational Physics, 1991, 93:388-410.